

Stammfunktion	komplex-differenzierbar in jedem Punkt
$c \in \mathcal{C}, f: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$ $f(z) := c \quad (z \in \mathcal{C})$	$z \in \mathcal{C}$ mit Ableitung $f'(z) = 0$
$n \in \mathbb{N}, f: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$ $f(z) := z^n \quad (z \in \mathcal{C})$	$z \in \mathcal{C}$ mit Ableitung $f'(z) = nz^{n-1}$
$f: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C} \setminus \{0\}$ $f(z) := e^z \quad (z \in \mathcal{C})$	$z \in \mathcal{C}$ mit Ableitung $f'(z) = e^z$
$\ln: \mathcal{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathcal{C}$	$z \in \mathcal{C} \setminus (-\infty 0]$ mit Ableitung $\ln'(z) = \frac{1}{z}$
$\alpha \in \mathcal{C}, f: \mathcal{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathcal{C}$ $f(z) := z^\alpha \quad (z \in \mathcal{C} \setminus \{0\})$	$z \in \mathcal{C} \setminus (-\infty 0]$ mit Ableitung $f'(z) = \alpha z^{\alpha-1}$
$\sin: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$ $\cos: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$	$z \in \mathcal{C}$ mit Ableitung $\sin'(z) = \cos(z), \cos'(z) = -\sin(z)$
$D := \mathcal{C} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ $\tan: D \rightarrow \mathcal{C}$	$z \in D$ mit Ableitung $\tan'(z) = \frac{1}{\cos^2(z)} = 1 + \tan^2(z)$
$D := \mathcal{C} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ $\cot: D \rightarrow \mathcal{C}$	$z \in D$ mit Ableitung $\cot'(z) = -\frac{1}{\sin^2(z)} = -(1 + \cot^2(z))$
$\sinh: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$ $\cosh: \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$	$z \in \mathcal{C}$ mit Ableitung $\sinh'(z) = \cosh(z), \cosh'(z) = \sinh(z)$
$D := \mathcal{C} \setminus \{j(\frac{\pi}{2} + k\pi) \mid k \in \mathbb{Z}\}$ $\tanh: D \rightarrow \mathcal{C}$	$z \in D$ mit Ableitung $\tanh'(z) = \frac{1}{\cosh^2(z)} = 1 - \tanh^2(z)$
$D := \mathcal{C} \setminus \{jk\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ $\coth: D \rightarrow \mathcal{C}$	$z \in D$ mit Ableitung $\coth'(z) = -\frac{1}{\sinh^2(z)} = 1 - \coth^2(z)$

Stammfunktion	reell-differenzierbar in jedem Punkt
$\arcsin : [-1 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2} \frac{\pi}{2}]$	$x \in (-1 1)$ mit Ableitung $\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos : [-1 1] \rightarrow [0 \pi]$	$x \in (-1 1)$ mit Ableitung $\arccos'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan : \mathbb{R} \rightarrow (-\frac{\pi}{2} \frac{\pi}{2})$	$x \in \mathbb{R}$ mit Ableitung $\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$
$\operatorname{arccot} : \mathbb{R} \rightarrow (0 \pi)$	$x \in \mathbb{R}$ mit Ableitung $\operatorname{arccot}'(x) = -\frac{1}{1+x^2}$
$\operatorname{arsinh} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$	$x \in \mathbb{R}$ mit Ableitung $\operatorname{arsinh}'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\operatorname{arcosh} : [1 \infty) \rightarrow [0 \infty)$	$x \in (1 \infty)$ mit Ableitung $\operatorname{arcosh}'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\operatorname{artanh} : (-1 1) \rightarrow \mathbb{R}$	$ x  < 1$ mit Ableitung $\operatorname{artanh}'(x) = \frac{1}{1-x^2}$
$D := (-\infty -1) \cup (1 \infty)$ $\operatorname{arcoth} : D \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$	$ x  > 1$ mit Ableitung $\operatorname{arcoth}'(x) = \frac{1}{1-x^2}$

Stammfunktion	reell-differenzierbar in ...
$k \in \mathbb{N}, k \geq 2, c \in \mathbb{C}, f: \mathbb{R} \setminus \{c\} \rightarrow \mathbb{C}$ $f(x) := \frac{-1}{(k-1)(x-c)^{k-1}}$	$x \in \mathbb{R} \setminus \{c\}$ mit Ableitung $f'(x) = \frac{1}{(x-c)^k}$
$\alpha \in \mathbb{R}, f: \mathbb{R} \setminus \{\alpha\} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) := \ln( x-\alpha )$	$x \in \mathbb{R} \setminus \{\alpha\}$ mit Ableitung $f'(x) = \frac{1}{x-\alpha}$
$\alpha, \beta \in \mathbb{R}, \beta \neq 0, c := \alpha + j\beta, f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ $f(x) := \ln( x-c ) + j \arctan\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)$	$x \in \mathbb{R}$ mit Ableitung $f'(x) = \frac{1}{x-c}$
$\alpha, \beta \in \mathbb{R}, \beta \neq 0, c := \alpha + j\beta, f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $a, b \in \mathbb{R}, A := a + jb$ $f(x) := \underbrace{2a \cdot \ln( x-c )}_{=a \cdot \ln((x-\alpha)^2 + \beta^2)} - 2b \cdot \arctan\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)$	$x \in \mathbb{R}$ mit Ableitung $f'(x) = \underbrace{\frac{A}{x-c} + \frac{\bar{A}}{x-\bar{c}}}_{=\frac{2a(x-\alpha)-2b\beta}{(x-\alpha)^2 + \beta^2}}$

### Partialbruchzerlegung rationaler Funktionen:

Es sei  $\alpha \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ ,  $m \in \mathbb{N}$ ,  $k_1, \dots, k_m \in \mathbb{N}$  sowie paarweise verschiedene Zahlen  $c_1, \dots, c_m \in \mathbb{C}$  und ein Polynom  $p: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  vorgegeben. Dann gibt es stets ein Polynom  $\tilde{p}: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  sowie Koeffizienten  $A_{\mu\nu} \in \mathbb{C}$ , so daß für alle  $z \in \mathbb{C} \setminus \{c_1, \dots, c_m\}$  die folgende 'kanonische Zerlegung im Komplexen' gilt:

$$\begin{aligned}
 R(z) &:= \frac{p(z)}{\alpha \cdot (z-c_1)^{k_1} \cdots (z-c_m)^{k_m}} \\
 &= \tilde{p}(z) + \frac{A_{11}}{z-c_1} + \frac{A_{12}}{(z-c_1)^2} + \cdots + \frac{A_{1k_1}}{(z-c_1)^{k_1}} \\
 &\quad + \frac{A_{21}}{z-c_2} + \frac{A_{22}}{(z-c_2)^2} + \cdots + \frac{A_{2k_2}}{(z-c_2)^{k_2}} \\
 &\quad \vdots \\
 &\quad + \frac{A_{m1}}{z-c_m} + \frac{A_{m2}}{(z-c_m)^2} + \cdots + \frac{A_{mk_m}}{(z-c_m)^{k_m}}
 \end{aligned}$$